

EJERCICIO 2: Se pide calcular los siguientes límites.

a. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x-4}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+2}{x-4} \stackrel{\text{reemplazando}}{=} \frac{1+2}{1-4} = \frac{3}{-3} = -1$$

b. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{(2+t)^3 - 8}{t}$

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{(2+t)^3 - 8}{t} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{t \rightarrow 0} \frac{8 + 3 \cdot 2^2 \cdot t + 3 \cdot 2 \cdot t^2 + t^3 - 8}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{12t + 6t^2 + t^3}{t} =$$

Si reemplazáramos en $t=0$ veríamos que nuevamente tenemos la indeterminación $\frac{0}{0}$. Para salvarla lo que haremos es sacar factor común t en el numerador, así:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t(12 + 6t + t^2)}{t} = \lim_{t \rightarrow 0} (12 + 6t + t^2) = 12 + 6 \cdot 0 + 0^2 = 12$$

c. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3-1)(x-1)}{x^2-2x+1}$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^3-1)(x-1)}{x^2-2x+1} = \frac{0}{0}$$

Es notorio que 1 es raíz de x^3-1 , haciendo Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ & & 1 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

Luego, el numerador factorizado nos queda $(x-1)(x^2+x+1)$, donde el 2º factor no tiene raíces en $\mathbb{R}$.

Al factorizar el denominador nos queda $(x-1)^2$.

Volviendo al límite con las factorizaciones realizadas

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)(x-1)}{(x-1)^2} = \lim_{x \rightarrow 1} (x^2+x+1) = 1^2 + 1 + 1 = 3$$

d. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-3x-2}{x+1}$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-3x-2}{x+1} = \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-2)(x+1)^2}{x+1} \stackrel{\text{factorizando}}{=} \lim_{x \rightarrow -1} (x-2)(x+1) = (-1-2)(-1+1) = 0$$

e. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+x+2}{4x^2-1}$

Este límite es indeterminado del tipo infinito sobre infinito. Para salvarlo lo que haremos es dividir numerador y denominador por ' x ' elevada a la mayor potencia que tenga el numerador o el denominador; en este caso ' x^2 '.

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+x+2}{4x^2-1} \stackrel{\text{distribuyendo}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3x^2}{x^2} + \frac{x}{x^2} + \frac{2}{x^2}}{\frac{4x^2}{x^2} - \frac{1}{x^2}} \stackrel{\text{reemplazando}}{=} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3 + \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}}{4 - \frac{1}{x^2}} = \frac{3}{4}$$